

Tytuł referatu:

O zastosowaniu pakietów algebry komputerowej w obliczeniach z dziedziny teorii kolejek

Streszczenie

W referacie omówione zostaną najistotniejsze aspekty zastosowań pakietów algebry komputerowej w obliczeniach z zakresu klasycznych modeli kolejkowych, a także ich nowych uogólnień. Zaprezentowane zostaną między innymi ogromne możliwości obliczeniowe środowiska *Mathematica* oraz efektywne metody otrzymywania wyników związanych z podstawowymi charakterystykami działania takich systemów. Prześledzimy możliwe rozwiązania problemów obliczeniowych takich jak np.: obliczanie pochodnych skomplikowanych funkcji wymiernych wielu zmiennych z wykorzystaniem uogólnionej reguły de l'Hospitala, wyznaczanie jawnej postaci splotów według Stieltjesa, obliczanie wybranych przekształceń całkowych wykorzystywanych w teorii kolejek, a także możliwe zastosowanie uogólnionej funkcji gęstości zmiennych i wektorów losowych w takich obliczeniach.

Teoria kolejek jest dziedziną matematyki stosowanej, która przeżywa odrodzenie w ostatnich latach. Kierunek ten, rozpoczęty w latach 20-tych poprzedniego wieku przez A. K. Erlanga, początkowo był ważny głównie dla inżynierów telekomunikacji, ale jego rola została zauważona także przez naukowców zajmujących się informatyką, ponieważ rozważane w ramach teorii modele mogły być z powodzeniem wykorzystywane również do analizowania lub projektowania realnych systemów komputerowych (np. sieci komputerowych). Liczba publikacji badających analogiczne systemy stale rośnie od momentu wielkiego rozwoju i popularyzacji systemów komputerowych oraz Internetu, czyli lat 90-tych ubiegłego stulecia. W pracach tych analizuje się między innymi systemy obsługi zgłoszeń o losowej objętości (zgłoszenia przybywające do systemu kolejkowego wnoszą do niego pewną porcję informacji, mierzoną w bajtach, która jest przechowywana w pamięci buforowej systemu do momentu zakończenia obsługi takiego zgłoszenia, natomiast czas obsługi zgłoszenia jest zależny od jego objętości). Najnowsze modele zakładają dodatkowo, że ta porcja informacji (nazywana zwykle objętością zgłoszenia) może być wielowymiarowa. Główne problemy dotyczące analizy takich modeli są związane z obliczaniem charakterystyk takich jak: rozkład liczby zgłoszeń, rozkład objętości sumarycznej zgłoszeń obecnych w systemie oraz prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia (w przypadku ograniczonej wartości rozmiaru pamięci buforowej).

W trakcie analizy matematycznej modeli teorii kolejek mierzymy się często z problemem skomplikowanych obliczeń symbolicznych. Ogólne rezultaty zawierają złożone funkcje, które są bardzo niewygodne ze względów obliczeniowych, ponieważ zawierają funkcje tworzące, przekształcenia całkowe lub sploty. Co więcej, w pojawiających się wzorach mamy często do czynienia z funkcjami wymiernymi wielu zmiennych co nie ułatwia prowadzenia obliczeń. Dla przykładu, często musimy obliczać pochodne takich funkcji, używając reguły de l'Hospitala lub jej uogólnienia (dla charakterystyk wektorowych) wielokrotnie (z uwagi na występujące nieoznaczoności $0/0$ w interesujących nas punktach), co sprawia, że obliczenia są w zasadzie niewykonalne bez pomocy pakietów algebry komputerowej. Rzeczywiście, pakiety algebry komputerowej posiadają narzędzia, które pozwalają sukcesywnie prowadzić skomplikowane obliczenia symboliczne. Środowisko *Mathematica* dostarcza na przykład wiele użytecznych funkcji pomagających w obliczaniu przekształceń całkowych i ich odwracaniu, obliczaniu pochodnych skomplikowanych funkcji wymiernych. Dodatkowo, dużym plusem systemów algebry komputerowej jest możliwość zapisywania wyników wcześniejszych obliczeń w pamięci i wykorzystywania ich w następnych krokach procedury obliczeniowej, niezależnie od ich złożoności. Te fakty potwierdzają, że pakiety algebry komputerowej są fantastycznym narzędziem, które może być nieocenione przy analizowaniu systemów kolejkowych i uzyskiwaniu nowych wyników naukowych.